

文章编号 1004-924X(2008)07-1181-09

# 大型光学望远镜副镜位姿精调机构的优化设计

徐 刚<sup>1,2</sup>, 杨世模<sup>1</sup>, 龚雨兵<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学院 国家天文台, 北京 100012; 2. 中国科学院 研究生院, 北京 100049)

**摘要:**分析了大型光学望远镜副镜位姿精调机构的性能要求,提出了基于 Gough-Stewart 平台机构的副镜位姿精调机构的 2 个设计准则:运动精度准则和刚度准则。选取 Gough-Stewart 平台机构的 2 个角度尺寸参数和 3 个无量纲化的线性尺寸参数作为设计变量,分析了各设计变量对机构性能的影响规律;提出了与设计准则相对应的 2 个全条件性指标:运动传递精度指标和刚度指标,按照统一目标法的乘除法构造统一目标函数,建立有约束单目标优化问题数学模型。针对机构性能比较的实际需要,以普适空间替代全条件性指标中的可达工作空间。针对选定的设计变量定义域,以改进的遗传算法计算得到机构参数的 Pareto 最优解。结果表明,当动定平台的半径比为 1.095 时,机构性能最优,相对于动定平台的半径比 $\leq 1$  时的最优解,运动传递精度指标提高了 0.7%,刚度指标减少了 4.0%。本文的优化设计方法及最优解为位姿精调机构的优化设计提供了参考。

**关键词:**望远镜副镜;位姿精调机构;Gough-Stewart 平台机构;无量纲化参数;遗传算法;优化设计

**中图分类号:**TH743 **文献标识码:**A

## Optimal design of pose and position fine tuning apparatus for secondary mirror in large optical telescope

XU Gang<sup>1,2</sup>, YANG Shi-mo<sup>1</sup>, GONG Yu-bing<sup>1,2</sup>

(1. *National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100012, China;*  
2. *Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

**Abstract:** The performance requirements of pose and position fine tuning apparatus for secondary mirror in large optical telescope were analyzed. Based on Gough-Stewart manipulators, two design criteria for the optimal design of pose and position fine tuning apparatus were brought out, one is transmission precision performance and the other is stiffness performance. Two angular-dimensioned parameters and three nondimensionalized linear-dimensioned parameters as design parameters were selected to analyse the effect of each parameter on performances. Then, two global conditioning indexes were brought out, one is movement precision performance index and the other is stiffness performance index. Based on requirement for pose and position adjustments, a general workspace was adopted to replace the reachable workspace. In the guideline of unified objective method, a unified objective function and a mathematical model were established for solving a constrained single objective optimization problem, and an improved genetic algorithm was used to obtain the Pareto optimal solution within the

收稿日期:2007-10-08;修订日期:2007-12-29.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 10778628)

definite areas selected. Experimental results indicate that the performance is optimal when the ratio of base radius to platform radius is 1.095. Compared with the optimal performance when the ratio of base radius to platform radius is less than 1, transmission precision performance index increases by 0.7% and stiffness performance index reduces by 4.0%.

**Key words:** secondary mirror of telescope; pose and position fine tuning apparatus; Gough-Stewart manipulator; nondimensionalized parameter; genetic algorithm; optimal design

## 1 引言

大型光学望远镜中主镜和副镜的相对位置和姿态有严格的要求。由于制造、安装、重力、传热和材料性质变化等原因,主副镜的相对位姿会发生改变,导致像质下降和像位置的漂移,因此,需要主动校正主副镜的相对位姿,将位姿偏差限定在许可精度范围内。

Gough-Stewart 平台机构具有 6 个自由度、高精度、高刚度、高稳定性等优点,已应用在大型光学望远镜的主镜和副镜相对位姿调整中<sup>[1-4]</sup>。文献[5]根据精度、行程和带宽等要求对驱动支杆的伸缩比和关节部件的设计进行了分析,为保证支杆的运动精度,以减少驱动支杆的负载的最大值为目标,根据某些既定的结构参数,选取了机构的结构参数。文献[6]介绍了 GTC 望远镜副镜位姿精调机构中驱动器、柔性关节和锁紧部件等关键部件的设计。文献[7]讨论了位姿精调机构的性能要求。目前,介绍基于 Gough-Stewart 平台副镜位姿精调机构进行优化设计的文献很少。

本文针对大型光学望远镜的主镜与副镜的相对位姿的调整,按照运动精度准则和刚度等设计准则,构造了有约束统一目标函数,对副镜位姿精调机构(以下简称精调机构)的结构参数进行了优化。

## 2 精调机构的性能要求

以经典的卡塞格林望远镜系统为例来分析精调机构的性能要求<sup>[8]</sup>。经典的卡塞格林望远镜的主镜反射面是旋转抛物面,副镜反射面是旋转双曲面(见图 1)。主副镜的相对位姿要求:

- (1)位置要求:副镜的旋转双曲面的一个焦点与主镜的旋转抛物面的焦点重合;
- (2)姿态要求:主镜的光轴与副镜的光轴重合。

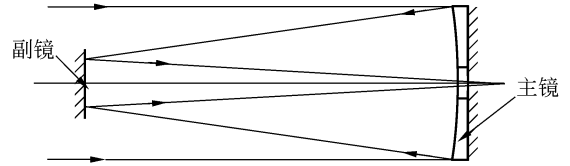


图 1 经典卡塞格林望远镜系统示意图

Fig. 1 Cassegrain system

对精调机构的性能要求:

(1)自由度要求:除去副镜绕自身光轴的转动外,副镜的其余 5 个自由度的运动均改变主副镜的相对位姿。要求精调机构具有至少 5 个自由度。

(2)行程要求:如前所述的扰动引起的位置误差和姿态误差的数量级分别为毫米级和角分级,要求精调机构的行程达到毫米级和角分级<sup>[1,7]</sup>。

(3)精度要求:成像质量对位姿精调的精度要求非常高,达到微米级和角秒级<sup>[1,7]</sup>。

(4)挡光面积要求:除去副镜及其支撑结构不可避免的发生挡光外,不允许精调机构挡光。

(5)速度要求:重力、传热和材料性质变化等原因引起的位姿变化速度是缓慢的。精调机构对调节速度不做特殊要求。

## 3 设计准则

Gough-Stewart 平台机构由动平台、定平台和连接两平台的 6 根可伸缩的支杆组成,每根支杆的两端通过球铰或虎克铰与动平台和定平台铰接,具有 6 个自由度、高精度、高刚度、高稳定性等优点。

对于 Gough-Stewart 平台机构而言,自由度和行程满足精调机构的要求;挡光面积最小化要求实质上限制了精调机构的动平台或定平台的尺寸上限小于副镜。运动精度则因机构参数差异而有很大差异,是机构优化设计的重点;为了实现高

精度运动的要求,不仅需要精调机构的运动传递精度高,而且也要求机构具有很高的刚度。为此,提出了机构参数优化设计的2个准则。

### 3.1 运动精度准则

以支杆驱动器的广义速度 $\dot{\boldsymbol{q}}$ 和动平台的广义速度 $\dot{\boldsymbol{x}}$ 作为Gough-Stewart平台机构的广义输入和输出速度,则有:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{J}\dot{\boldsymbol{q}}, \quad (1)$$

其中, $\boldsymbol{J}$ 为Gough-Stewart平台机构的雅可比矩阵。 $\boldsymbol{J}$ 的条件数 $\lambda_J$ 是衡量 $\boldsymbol{J}$ 的逆 $\boldsymbol{J}^{-1}$ 的精度的一个度量。 $\lambda_J$ 的定义为:

$$\lambda_J = \|\boldsymbol{J}\| \|\boldsymbol{J}^{-1}\|, \quad (2)$$

$\lambda_J \in [1, \infty)$ 。 $\boldsymbol{J}$ 不是常数矩阵,它随动平台位姿而变化。当 $\lambda_J = 1$ 时,Gough-Stewart平台机构处于各向同性位姿,具有良好的运动传递性能; $\lambda_J$ 越接近1,Gough-Stewart平台机构的运动传递性能越好;当 $\lambda_J$ 较大时, $\boldsymbol{J}^{-1}$ 的精度较低,机构处于奇异位姿或奇异位姿附近,机构的运动传递性能恶化,输入和输出运动之间的传递关系严重失真<sup>[9-10]</sup>。

设计时,应保证 $\lambda_J$ 在所有位姿处具有尽可能小的值,因此, $\lambda_J$ 在工作空间上的均值能总体表征Gough-Stewart平台机构的运动传递精度性能。本文以 $\lambda_J$ 的倒数在可达工作空间 $\Omega$ 上的均值作为总体衡量机构运动传递精度的全条件性性能指标<sup>[11-12]</sup>:

$$\bar{\lambda}_J = \frac{\iiint_{\Omega} \frac{1}{\lambda_J} d\boldsymbol{v}}{\iiint_{\Omega} d\boldsymbol{v}}, \quad (3)$$

$\bar{\lambda}_J \in (0, 1]$ ,  $\bar{\lambda}_J$ 越大,运动传递性能越好。

### 3.2 刚度准则<sup>[11-12]</sup>

在外力的作用下,Gough-Stewart平台机构发生变形,影响副镜的位姿精度。设广义力 $\boldsymbol{f}$ 作用于动平台,平衡状态下驱动关节的广义力为 $\boldsymbol{\tau}$ ,此时,支杆发生变形 $\Delta\boldsymbol{q}$ (即驱动关节的位移增量)。若只考虑杆长的变化,忽略其它变形,则动平台的位姿误差为:

$$\Delta\boldsymbol{x} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{f}, \quad (4)$$

其中, $\boldsymbol{C}$ 为支杆柔度矩阵, $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{J}\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{J}^T$ , $\boldsymbol{K}$ 为支杆刚度向量, $\boldsymbol{K} = \text{diag}(k_1, k_2, \dots, k_6)$ , $k_i$ 为支杆 $i$ ( $i=1, 2, \dots, 6$ )的刚度。改写式(4),得:

$$\begin{bmatrix} \Delta\boldsymbol{x}_t \\ \Delta\boldsymbol{x}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}_t \\ \boldsymbol{C}_r \end{bmatrix} \boldsymbol{f}, \quad (5)$$

其中, $\Delta\boldsymbol{x}_t \in \mathbf{R}^{3 \times 6}$ 为位置变形, $\Delta\boldsymbol{x}_r \in \mathbf{R}^{3 \times 6}$ 为姿态变形, $\boldsymbol{C}_t \in \mathbf{R}^{3 \times 6}$ , $\boldsymbol{C}_r \in \mathbf{R}^{3 \times 6}$ 。变形的大小与机构本身的刚度和作用力有关。原则上,变形极值越小,Gough-Stewart平台机构的刚度越大。位置误差和姿态误差的极值分别为:

$$\|\Delta\boldsymbol{x}_{t\max}\| = \sqrt{\max_{i=1, \dots, 6} \{\lambda_{C_{t_i}}\}}, \quad (6)$$

$$\|\Delta\boldsymbol{x}_{r\max}\| = \sqrt{\max_{i=1, \dots, 6} \{\lambda_{C_{r_i}}\}}, \quad (7)$$

其中, $\lambda_{C_{t_i}}$ , $\lambda_{C_{r_i}}$ 分别为 $\boldsymbol{C}_t^T \boldsymbol{C}_t$ , $\boldsymbol{C}_r^T \boldsymbol{C}_r$ 的特征值。柔度矩阵 $\boldsymbol{C}$ 不是常数矩阵,它随位姿而变化,因此,位姿误差随位姿而变化。

设计时,应保证Gough-Stewart平台机构在所有位姿处的位姿误差具有尽可能小的值。本文以位姿误差的极值在可达工作空间 $\Omega$ 上的平均值:

$$\bar{\lambda}_{t\max} = \frac{\iiint_{\Omega} \|\Delta\boldsymbol{x}_{t\max}\| d\boldsymbol{v}}{\iiint_{\Omega} d\boldsymbol{v}}, \quad (8)$$

$$\bar{\lambda}_{r\max} = \frac{\iiint_{\Omega} \|\Delta\boldsymbol{x}_{r\max}\| d\boldsymbol{v}}{\iiint_{\Omega} d\boldsymbol{v}}, \quad (9)$$

作为总体衡量机构刚度性能的全条件性性能指标, $\bar{\lambda}_{t\max}$ 和 $\bar{\lambda}_{r\max}$ 越小,刚度性能越好。

## 4 Gough-Stewart平台机构的主要结构参数及其对机构性能的影响分析

### 4.1 主要结构参数

Gough-Stewart平台机构采用对称式结构,如图2所示。主要结构参数如下:

- (1) $r_B$ —定平台与各支杆的铰接点所在平面圆(记作 $\odot B$ )的半径(简称定平台半径);
  - (2) $r_P$ —动平台与各支杆的铰接点所在平面圆(记作 $\odot P$ )的半径(简称动平台半径);
  - (3) $l_{\min}$ —支杆的最小长度;
  - (4) $l_{\max}$ —支杆的最大长度;
  - (5) $\phi_B$ — $\odot B$ 上各铰接点分布角;
  - (6) $\phi_P$ — $\odot P$ 上各铰接点分布角;
- 动、定平台上铰接点分布角为:

$$\phi_{x_i} = \begin{cases} \frac{i-1}{3}\pi + (-1)^{i-1}\phi_x; & i=1, 3, 5 \\ \frac{i}{3}\pi + (-1)^{i-1}\phi_x; & i=2, 4, 6 \end{cases}, \quad (10)$$

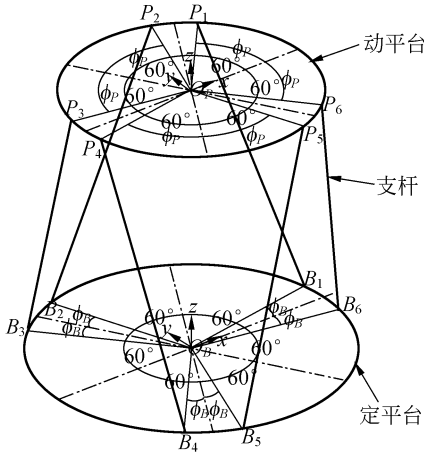


图 2 Gough-Stewart 平台机构的结构示意图

Fig. 2 General configuration of Gough-Stewart platform

其中,  $x$  代表  $B$  或  $P$ ,  $\phi_B \in [0^\circ, 60^\circ]$ ,  $\phi_P \in [0^\circ, 60^\circ]$ 。动坐标系和定坐标系分别与动平台和定平台固接, 坐标原点分别位于  $\odot B$  和  $\odot P$  的圆心。铰链的极限摆角  $\phi_{lim}$  影响工作空间的大小, 在位姿精调的应用中,  $\phi_{lim}$  满足行程的要求, 不作为变量考虑。上述 5 个结构参数即为设计变量, 表示为向量:

$$\mathbf{X} = [k_{II} \quad k_{rr} \quad k_{lr} \quad \phi_B \quad \phi_P]^T \quad (11)$$

#### 4.2 无量纲化的尺寸参数及对机构性能的影响分析

以无量纲的尺寸参数作为设计变量, 优点是把参数空间从无限多维转换为有限维, 使得在有限定的全局范围内优选机构尺寸成为可能。参数  $r_B$ 、 $r_P$ 、 $l_{min}$  和  $l_{max}$  的量纲是毫米, 作无量纲化处理:

$$k_{II} = l_{max}/l_{min}, k_{rr} = r_P/r_B, k_{lr} = l_{min}/r_B, r_B = 1.$$

参数  $\phi_B$  和  $\phi_P$  的量纲是弧度, 需单独考虑。

参数  $k_{II}$  是支杆的伸缩比。为观察  $k_{II}$  对机构性能的影响趋势, 暂定其余 4 个参数(见表 1)。

表 1 考察参数对机构性能影响时的机构参数

Tab. 1 Structural parameters when study the effect of parameter  $k_{II}$  on performance

$k_{II}$	$k_{rr}$	$k_{lr}$	$\phi_B$	$\phi_P$
[1.000, 2.000]	0.850	1.500	56.5°	3.5°

由图 3 可知,  $k_{II}$  越接近 1, 运动精度性能和刚度性能越好。任意给出其他参数组合, 参数  $k_{II}$  对运动精度性能和刚度性能都有近似的影响规律, 图略。

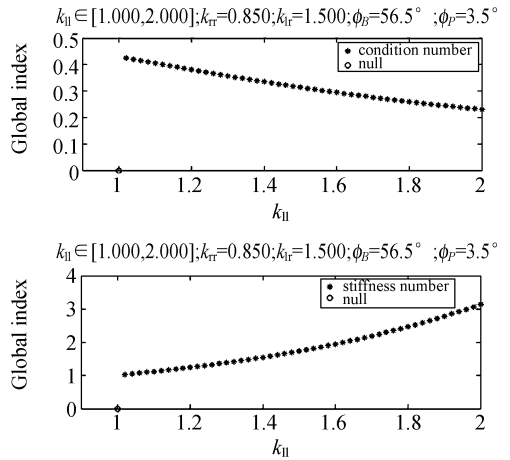


图 3 参数  $k_{II}$  对机构性能的影响

Fig. 3 Effect of parameter  $k_{II}$  on performance

参数  $k_{rr}$  是动平台与定平台的半径之比。在已有的设计中, 都有  $k_{rr} \in (0, 1]$ 。考虑到机构几何对称性和功能对称性, 即动、定平台的几何位置互换后机构功能保持不变, 以及优化设计的目标是得到机构参数的全局最优解, 本文将  $k_{rr}$  的定义域扩大为  $k_{rr} \in (0, \infty)$ 。对应于  $k_{rr} \in (0, 1]$  和  $k_{rr} \in [1, \infty)$  2 个子区域, Gough-Stewart 平台机构与副镜有 2 种放置方式(见图 4)。

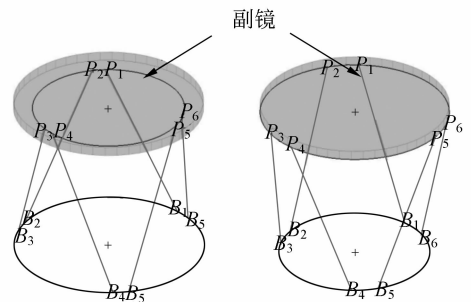


图 4 Gough-Stewart 机构与副镜的两种放置方式

Fig. 4 Two types of placement of secondary mirror and Gough-Stewart platform

为观察  $k_{rr}$  对运动精度性能和刚度性能的影响趋势, 暂定其余 4 个参数(见表 2)。粗选  $k_{rr} \in [0.2, 1/0.2]$ , 且  $k_{rr} > 1$  时各采样点数值分别取  $k_{rr} < 1$  时各采样点数值的倒数。

表 2 考察参数  $k_{rr}$  对机构性能影响时的机构参数

Tab.2 Structural parameters when study the effect of parameter  $k_{rr}$  on performance

$k_{ll}$	$k_{rr}$	$k_{lr}$	$\phi_B$	$\phi_P$
1.100	[0.200,5.000]	1.900	56.5°	3.5°

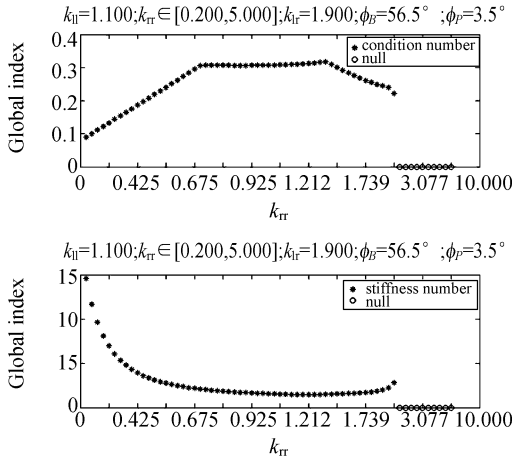


图 5 参数  $k_{rr}$  对机构性能的影响

Fig. 5 Effect of parameter  $k_{rr}$  on performance

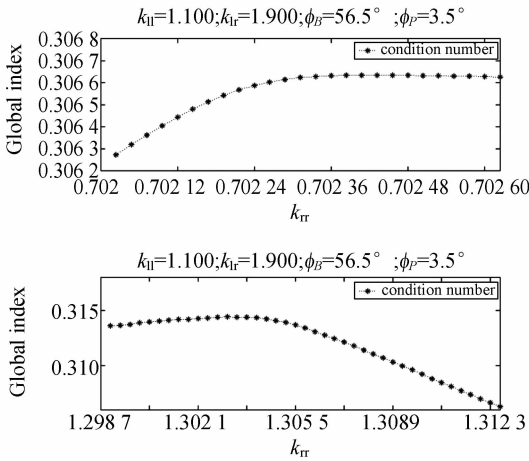


图 6 运动精度性能曲线尖点处的放大图

Fig. 6 Enlarged drawings of cusps on curve of transmission precision performance

由图 5 可知,  $k_{rr}$  接近 1 时, 运动精度性能和刚度性能较好;  $k_{rr} < 0.7$  时,  $k_{rr}$  越小, 运动精度性能和刚度性能越差;  $k_{rr} > 1.3$  时,  $k_{rr}$  越大, 运动精度性能和刚度性能越差;  $k_{rr} > 2.353$ , 无法与其他参数配合组成机构。需要指出, 减小采样间隔后, 曲线在尖点附近仍然具有光滑渐变性(见图 6)。任给其他参数组合, 参数  $k_{rr}$  对运动精度性能和刚度

性能等都有近似的影响规律, 图略。

参数  $k_{lr}$  是支杆最小长度与定平台半径的比。为观察  $k_{lr}$  对机构性能的影响趋势, 暂定其余 4 个参数(见表 3)。

表 3 考察参数  $k_{lr}$  对机构性能影响时的机构参数

Tab.3 Structural parameters when study the effect of parameter  $k_{lr}$  on performance

$k_{ll}$	$k_{rr}$	$k_{lr}$	$\phi_B$	$\phi_P$
1.100	0.950	[0.5,2.0]	7.0°	53.0°

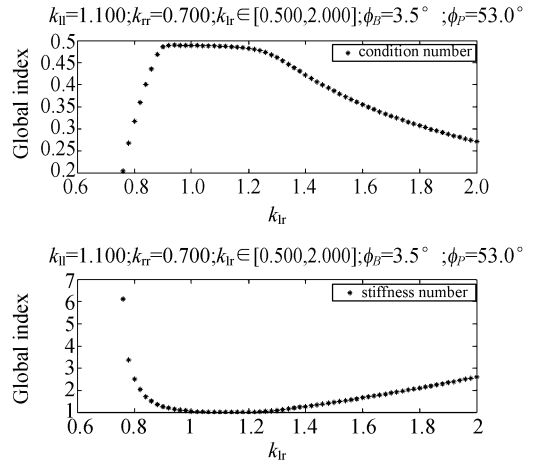


图 7 参数  $k_{lr}$  对机构性能的影响

Fig. 7 Effect of parameter  $k_{lr}$  on performance

由图 7 可知, 性能指标在区间 [0.8, 1.9] 内较好。  $k_{lr}$  较小时, 刚度性能较差,  $k_{lr} < 0.8$  时, 性能急剧恶化(数值过大, 未标出);  $k_{lr} < 0.7$  时, 无法与其他参数配合组成机构。任给其他参数组合, 参数  $k_{lr}$  对运动精度性能和刚度性能等都有近似的影响规律, 图略。

### 4.3 角度参数及对机构性能的影响分析

为观察参数  $\phi_B$  和  $\phi_P$  对运动精度性能和刚度性能的影响, 暂定其余 3 个参数(见表 4)。

表 4 考察参数  $\phi_B$  和  $\phi_P$  对机构性能影响时的机构参数

Tab.4 Structural parameters when study the effect of parameters  $\phi_B$  and  $\phi_P$  on performance

$k_{ll}$	$k_{rr}$	$k_{lr}$	$\phi_B$	$\phi_P$
1.100	0.5	1.900	[0°,60°]	[0°,60°]

由图 8 可知, 当  $|\phi_B - \phi_P|$  较大时, 运动精度性能和刚度性能较好, 当  $|\phi_B - \phi_P| = 60^\circ$  时, 运动精度性能和刚度性能最好。任意给出其他参数组

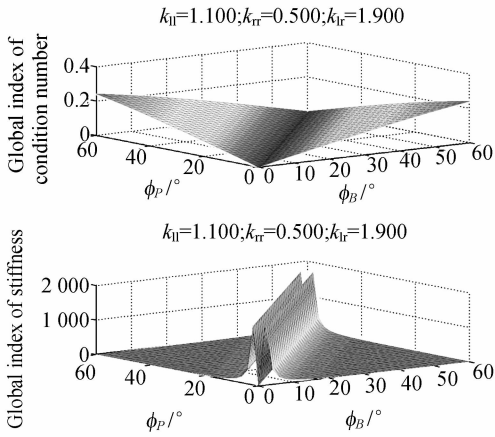


图 8 参数  $\phi_B$  和  $\phi_P$  对机构性能的影响

Fig. 8 Effect of parameters  $\phi_B$  and  $\phi_P$  on performance

合,参数  $\phi_B$  和  $\phi_P$  对运动精度性能和刚度性能都有近似的影响规律,图略。

### 5 普适工作空间<sup>[13]</sup>

针对 Gough-Stewart 平台机构的设计中进行性能横向比较的实际需要,本文以普适工作空间替代可达工作空间。普适工作空间为旋转体,形状规则、简单;普适工作空间去除了可达工作空间的边缘部分,保留了可达工作空间的中心部分,比较完整的保留了机构的性能特征。结构参数不同的 Gough-Stewart 平台机构都具有形状相似的普适工作空间,因而同一性能指标在普适工作空间内具有可比性。

表 5 机构的参数值

Tab. 5 Structural parameters

$k_{II}$	$k_{rr}$	$k_{lr}$	$\phi_B$	$\phi_P$
1.500	0.800	1.500	5.0°	55.0°

举例说明,机构参数见表 5。坐标系同图 2 所示,平面 OXY 与水平面重合。选取平行于水平面的 0°-180°、90°-270°、60°-240°、150°-330°、120°-300°、210°-30°等 12 个方向、与各支杆在水平面上的投影平行和垂直垂直的 24 个方向等共 36 个方向为特征方向(见图 9)。依据 Gough-Stewart 平台机构的结构特点,求解动定平台保持平行

姿态时动平台在特征方向上的运动范围的交集。计算时仅考虑杆长对可达工作空间的影响,忽略极限摆动角和支链干涉。普适工作空间的某水平剖面 and 某竖直剖面见图 10、11。粗线为普适工作空间边缘轮廓,细线为可达工作空间边缘轮廓,雅可比矩阵条件数在可达工作空间内的分布状况见图 10、11 中等高线。

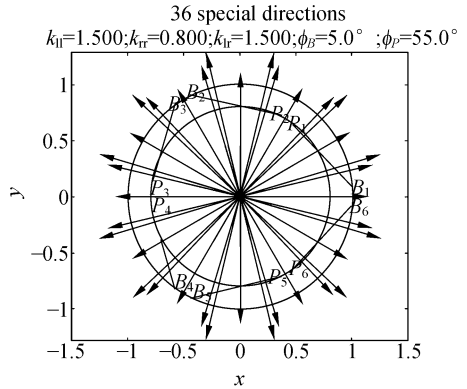


图 9 36 个特征方向

Fig. 9 36 special directions

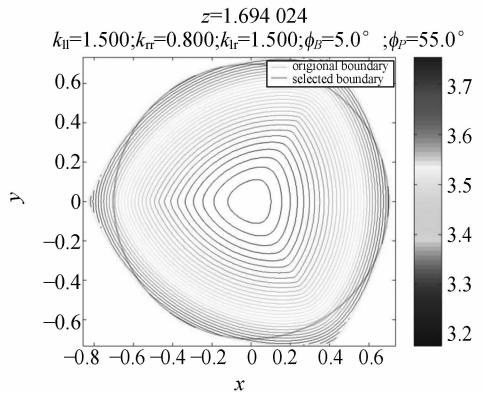


图 10 普适工作空间的水平剖面

Fig. 10 Horizontal slice of workspace

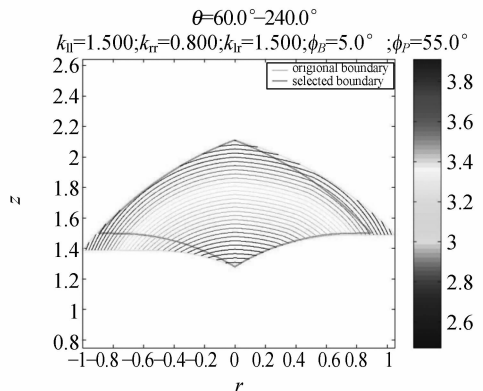


图 11 普适工作空间的垂直剖面

Fig. 11 Vertical slice of workspace

## 6 多目标优化方法及算例

### 6.1 优化方法

根据设计准则,建立 2 个目标函数,其一如式(3)所示, $\bar{\lambda}_j \in (0, 1]$ ,且越接近 1 越好,最优解为  $\max\{\bar{\lambda}_j\}$ ;其二为式(8)和(9)的线性加权组合:

$$\bar{\lambda}_{i-r} = \omega_i \bar{\lambda}_{i\max} + \omega_r \bar{\lambda}_{r\max}, \quad (12)$$

权重  $\omega_i$  和  $\omega_r$  各取 0.5,最优解为  $\min\{\bar{\lambda}_{i-r}\}$ 。

采用统一目标法之乘法<sup>[14]</sup>。统一目标函数为:

$$f(X) = \frac{\bar{\lambda}_{i-r}}{\bar{\lambda}_j}. \quad (13)$$

建立有约束优化数学模型:

$$\begin{aligned} \min\{f(X)\} \\ \bar{\lambda}_j(X) - \bar{\lambda}_j \geq 0, \quad (14) \\ \text{s. t.} \\ \bar{\lambda}_{i-r}(X) - \bar{\lambda}_{i-r} \leq 0 \end{aligned}$$

其中, $\bar{\lambda}_j, \bar{\lambda}_{i-r}$ 分别为  $\bar{\lambda}_j, \bar{\lambda}_{i-r}$ 的阈值。在多目标优化中,各目标即使不相互矛盾,也不能期望它们的极值点重叠。以各目标函数的阈值作为约束条件,保证了优化过程中,各目标函数的取值与最优值的偏差控制在由阈值限定的精度范围之内。本文采用目标函数的最优解加(减)裕量的方法得到阈值:

$$\bar{\lambda}_j = \bar{\lambda}_j - \Delta\bar{\lambda}_j, \quad (15)$$

$$\bar{\lambda}_{i-r} = \bar{\lambda}_{i-r} + \Delta\bar{\lambda}_{i-r}, \quad (16)$$

其中, $\Delta\bar{\lambda}_j/\bar{\lambda}_j \leq 3.5\%$ ,  $\Delta\bar{\lambda}_{i-r}/\bar{\lambda}_{i-r} \leq 3.5\%$ 。优化设计的任务是在设计变量的定义域内找出最优解:

$$\mathbf{X}^* = [k_{11}^* \quad k_{rr}^* \quad k_{lr}^* \quad \phi_B^* \quad \phi_P^*]^T. \quad (17)$$

使统一目标函数取最优值。

为了保证搜索到全局最优解,编写了基于遗传算法的优化程序。采用改进的遗传算法<sup>[15]</sup>,使子代总保留父代中最好的样本,以高适应度模式为祖先的家族方向搜索出更好的样本。算法的关键操作描述如下:

(1)编码。设计变量的精度分别为小数点后 3 位、3 位、3 位、1 位和 1 位;根据变量的定义域计算染色体的二进制码长度。

(2)产生初始种群。初始种群中个体数目为 20。

(3)评价个体的适应度值。采用基于目标值

线性排序的适应度分配方法。

(4)适应度最高的 2 个个体直接复制到待交叉种群中。其余个体采用遍历随机抽样,按个体在当前种群中的适应度选择个体。个体被选择的概率为:

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}, \quad (18)$$

其中, $f_i$ 是个体  $i$  的适应度, $n$ 为个体总数, $p_i$ 是个体  $i$  被选择的概率。

(5)单点交叉概率为 0.7。元素变异概率为 0.7/34( $0.5 \leq k_{rr} \leq 1$ )和 0.7/35( $1 \leq k_{rr} \leq 2$ )。遗传代数 100 代。

为了对比动平台与定平台的半径之比  $k_{rr} < 1$  和  $k_{rr} > 1$  时机构的性能,下面的计算分别按照这 2 个定义域进行。

### 6.2 算例

根据对 Gough-Stewart 平台机构的主要结构参数的分析,并基于工艺等原因:

(1)较小的伸缩比即可满足副镜位姿的调整范围;支杆伸缩运动的精度直接影响动平台的运动精度,小伸缩比可以降低制造难度和造价;

(2)若铰接点非常接近,动平台运动过程中杆与杆之间容易发生干涉;若铰接点两两重合,即 2 个球铰或万向铰将合为一个复合铰,不仅运动过程中容易发生干涉,而且复合铰的制造难度高。

选取如下的参数定义域进行优化设计:

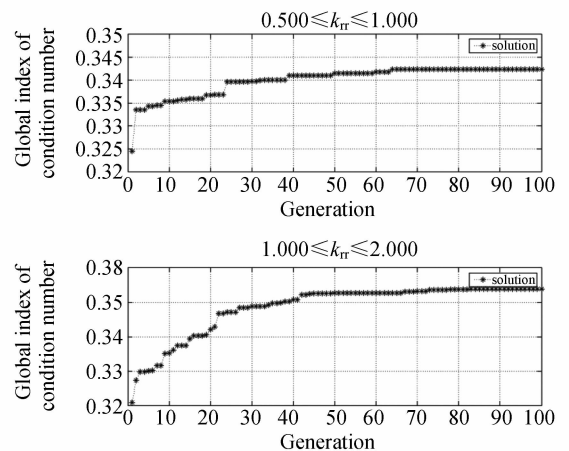


图 12 运动精度性能函数的最优值

Fig. 12 Optimum values of movement precision performance functions

$$k_{ll} \in [1.05, 1.1], k_{rr} \in [0.5, 2], k_{lr} \in [1.8, 1.9], \\ \phi_B \in [3^\circ, 7^\circ], \phi_P \in [53^\circ, 57^\circ].$$

首先,得到各性能函数的最优估计值。经过 100 代遗传迭代,最优值的变化情况如图 12、13 所示。由此得到最优估计值,见表 6。

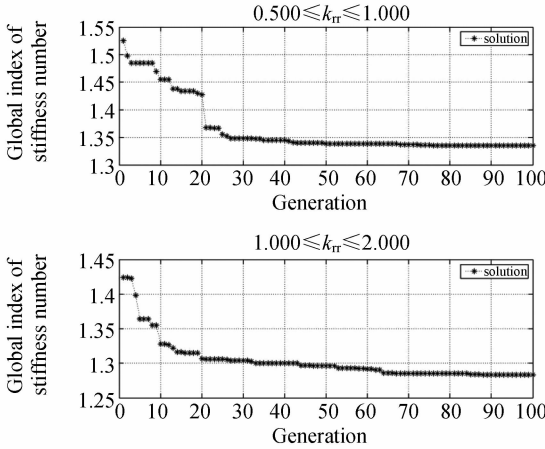


图 13 刚度性能函数的最优值

Fig. 13 Optimum values of stiffness performance functions

表 6 最优值及其估计值

Tab. 6 Optimum values and their estimated values

	运动精度性能		刚度性能	
	最优值	估计值	最优值	估计值
$0.5 \leq k_{rr} \leq 1$	0.342	0.330	1.335	1.381
$1 \leq k_{rr} \leq 2$	0.354	0.342	1.283	1.327

然后,得到统一目标函数的最优值。经过 100 次遗传迭代,最优值的变化情况见图 14。最优值及对应的机构参数值见表 7、8。

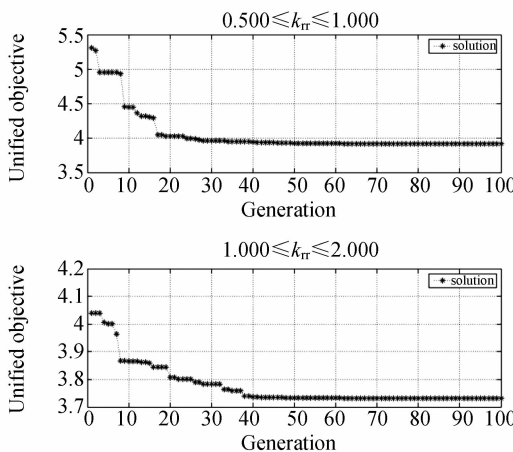


图 14 统一目标函数的最优值

Fig. 14 Optimum values of unified objective functions

表 7  $0.5 \leq k_{rr} \leq 1$  时统一目标函数最优值及对应的机构参数

Tab. 7 Optimum values of unified objective functions and corresponding parameter values when  $0.5 \leq k_{rr} \leq 1$

$k_{ll}$	$k_{rr}$	$k_{lr}$	$\phi_B$	$\phi_P$	$\bar{\lambda}_J$	$\bar{\lambda}_{1-r}$
1.050	1.000	1.800	$3.0^\circ$	$57.0^\circ$	0.340 990	1.335 032

表 8  $1 \leq k_{rr} \leq 2$  时统一目标函数最优值及对应的机构参数

Tab. 8 Optimum values of unified objective functions and corresponding parameter values when  $1 \leq k_{rr} \leq 2$

$k_{ll}$	$k_{rr}$	$k_{lr}$	$\phi_B$	$\phi_P$	$\bar{\lambda}_J$	$\bar{\lambda}_{1-r}$
1.050	1.095	1.800	$3.0^\circ$	$57.0^\circ$	0.343 385	1.281 538

$1 \leq k_{rr} \leq 2$  时,统一性能函数的最优值为 3.732;  $0.5 \leq k_{rr} \leq 1$  时,统一性能函数的最优值为 3.915。根据有约束优化数学模型(14),  $1 \leq k_{rr} \leq 2$  时统一性能函数的最优值为全局最优解。比较表 7、8,可以看出,  $1 \leq k_{rr} \leq 2$  时性能指标的最优值优于  $0.5 \leq k_{rr} \leq 1$  时各性能指标的最优值,其中,运动精度性能指标增加约 0.7%,刚度性能指标减少约 4.0%。

## 7 结 论

针对大型光学望远镜中基于 Gough-Stewart 平台机构的精调机构进行了优化设计,分析、计算方法和结果等总结如下:

(1) 提出精调机构优化设计的运动精度准则和刚度准则,给出评价机构性能的 2 个全条件性指标。

(2) 以无量纲化的线性尺寸参数作为设计变量,把参数空间从无限多维转换为有限维,在有限定的全局范围内优选机构尺寸。

(3) 采用普适工作空间替代可达工作空间,使同一性能指标在该空间内具有可比性。

(4) 在优化模型的约束条件中,以目标函数的最优解加(减)裕量得到阈值,保证了在优化的全过程中,各目标函数的取值与最优值的偏差都控制在由阈值确定的精度范围之内。

(5) 动定平台的半径比  $k_{rr}$  的定义域由  $(0, 1]$  扩大为  $(0, \infty)$ 。优化结果表明,当  $k_{rr} \in [1, \infty)$ ,机构的性能最优。

## 参考文献:

- [1] ECKHART P, RALF-RAINER R, STEFAN H, *et al.*. Five-axis secondary system for UKIRT[J]. *SPIE*, 1994, 2199:516-522.
- [2] CLAUDIO P, FABIO B, KLAUS R. Position control for active secondary mirror of a two-mirror telescope[J]. *SPIE*, 1997,3111:172-180.
- [3] SEBRING T A, DUNHAM E W, MILLIS R L. The discovery channel telescope: a wide-field telescope in Northern Arizona[J]. *SPIE*, 2004, 5489: 658-666.
- [4] CASALTA J M, ARINO J, CANCHADO M, *et al.*. The performances of GTC secondary mirror drive unit[J]. *SPIE*, 2004, 5495: 507-517.
- [5] ANDERSON E H, CASH M F, JANZEN P C, *et al.*. Precision, range, bandwidth and other tradeoffs in hexapods with application to large ground based telescopes[J]. *SPIE*, 2006, 6273:62731F-1-62731F-17.
- [6] ENRIQUE G, LORENZO Z, DANIELE G, *et al.*. Special and innovative aspects of the GTC M2 Drive mechanism [J]. *SPIE*, 2003, 4837: 448-455.
- [7] ROBERT G, SCOTT R, ANDRE A. A six degree-of-freedom positioner for optical components[J]. *SPIE*, 2003, 4841: 540-551.
- [8] 程景全. 天文望远镜原理和设计[M]. 北京:中国科学技术出版社,2003.  
CHENG J Q. *Principles of Astronomical Telescope Design* [M]. Beijing:Chinese Science & Technology Press, 2003. (in Chinese)
- [9] 方跃法, 房海蓉, 牟建斌. 并联机器人误差敏感系数及其在工作空间内的分布[J]. 北方交通大学学报, 2000, 24(4): 38-42.  
FANG Y F, FANG H R, MOU J B. Error sensitive index of parallel robots and its distribution in workspace [J]. *Journal of Northern Jiaotong University*, 2000, 24(4): 38-42. (in Chinese)
- [10] 李维嘉. Stewart运动平台的雅可比矩阵条件数的研究[J]. 华中科技大学学报, 1997, 25(11): 33-35.  
LI W J. Study on the condition number of Jacobian matrix of Stewart platforms [J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology*, 1997, 25(11): 33-35. (in Chinese)
- [11] 刘辛军. 并联机器人尺寸与性能关系分析及其设计理论研究[D]. 秦皇岛:燕山大学, 1999.  
LIU X J. *The relationships between the performance criteria and link lengths of the parallel manipulators and their design theory* [D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 1999. (in Chinese)
- [12] GOSSELIN C M, ANGELES J. A global performance index for the kinematic optimization of robotic manipulators [J]. *Trans. ASME. Journal of Mech. Design*, 1991, 113: 220-226.
- [13] 徐刚, 杨世模. Gough-Stewart平台机构的普适工作空间及其几何求解[J]. 光学精密工程, 2008, 16(4): 257-264.  
XU G, YANG SH M. A kind of workspace with universal characteristics of Gough-Stewart manipulator and its analytical resolution [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008, 16(4): 257-264. (in Chinese)
- [14] 刘惟信. 机械最优化设计[M]. 北京:清华大学出版社, 1994.  
LIU W X. *Optimum Design of Mechanism* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1994. (in Chinese)
- [15] 雷英杰, 张善文, 李续武, 等. Matlab遗传算法工具箱及应用[M]. 西安:西安电子科技大学出版社, 2005.  
LEI Y J, ZHANG SH W, LI X W, *et al.*. *Matlab Genetic Algorithm Toolbox and Application* [M]. Xi'an: Xi'an University Press, 2005. (in Chinese)

作者简介:徐刚(1976—),男,辽宁人,博士研究生,主要从事光学望远镜副镜微调机构、并联机器人技术等方面的研究。E-mail: graduate\_xg@yahoo.com.cn

杨世模(1954—),男,江苏人,博士生导师,研究员,主要从事空间天文仪器总体结构等方面的研究。E-mail: ysm@bao.ac.cn